

INGIBJÖRG STEFÁNSDÓTTIR, ANNA SIGURÐARDÓTTIR OG INGÓLFUR GÍSLASON

## TÖLUM SAMAN UM STÆRÐFRÆÐI UM ÞRÓUNARVERKEFNIÐ „VÍST GETURÐU LÆRT STÆRÐFRÆÐI“

Allt of margt fullorðin fólk telur sig ekki geta lært stærðfræði. Fólk sem í mörgum tilfellum reiknar sér til gagns en telur sig samt ekki geta lært stærðfræði. Þetta er reynsla bæði verkefnastjóra og náms- og starfsráðgjafa hjá Mími-símenntun. Haustið 2010 var þess vegna ákveðið að sækja um styrk til Starfsmenntaráðs til þess að þróa leiðir til að brjóta niður hindranir í stærðfræðinámi fullorðins fólks og var ákveðið að fá Flöt – félag stærðfræðikennara til samstarfs. Góður styrkur fékkst og var verkefnið eitt þriggja verkefna sem Starfsmenntaráð vakti sérstaka athygli á. Þetta var afar ánægjulegt og varð mikil hvatning til þess að vinna af metnaði að þessu verkefni.

Í framhaldi af styrkveitingunni voru tveir kennarar fengnir til samstarfs: Ingólfur Gíslason stærðfræðingur sem einnig er í stjórn Flatar og Anna Sigurðardóttir. Hún er bæði grunnskólakennari og náms- og starfsráðgjafi auk þess sem hún hefur meistaraþróf í samskiptum.

Ingólfur þróaði námsefni við hæfi fullorðins fólks með stutta menntun sem þau Anna kenndu 21. mars – 13. apríl 2011 á námskeiðinu „Víst geturðu lært stærðfræði“. Þetta var 60 stunda námskeið sem kennt var fjóra eftirmiðdaga í viku. Nemendur komu úr ýmsum áttum og voru á ýmsum aldri. Markmið með námskeiðinu var m.a. að nemendur töluðu um stærðfræði og gætu útskýrt hvers vegna þeir notuðu eina aðferð fremur en aðra. Einnig var mikil áhersla á náms-tækni, sjálfstyrkingu og samskipti nemenda.

Í kennslunni nýttist vel ólíkur bakgrunnur þeirra Önnu og Ingólfs þar sem hún býr að mikilli reynslu í að kenna fullorðnu fólk, t.d. stærðfræði, sjálfstyrkingu, samskipti og námstækni en hann hefur sterkan fræðilegan grunn í stærðfræði og stærðfræðikennslu.

Hér á eftir verður fjallað nánar um þær aðferðir og hugmynda- og kennslufræði sem byggt var á í þessu verkefni.

### MÓTTAKA NEMENDA

Nemendur námskeiðsins „Víst geturðu lært stærðfræði“ voru frá tvítugu til sextugs. Aldursbilið var því breitt og mjög mislangt frá því að nemendur höfðu verið í skóla. Mikilvægt er að leiðbeinendur í námi fyrir fullorðin fólk virði nemendurna sem einstaklinga sem hafa reynslu af því að hafa verið á vinnumarkaði, lokið einhverju formlegu námi og vilja



Ingibjörg Stefánsdóttir

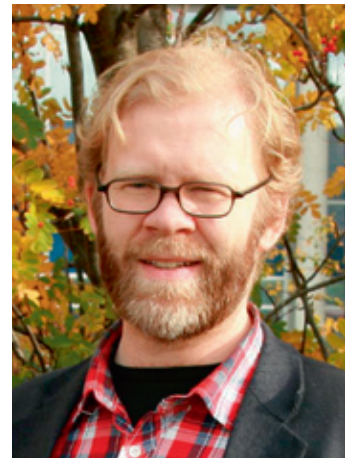


Anna Sigurðardóttir

auka við þekkingu sína. Þess vegna var byrjað á því að tala um að innan kennslustofunnar væri fullorðin fólk, bæði kennarar og nemendur, og að það væri eðlilegt og sjálfsagt að við sýndum hvert öðru virðingu og kurteis eins og tíðkast í samfélaginu almennt. Því var byrjað á að setja fram reglur sem allir voru sammála um.

Reglurnar voru þessar:

- Það á að vera skemmtilegt í skólanum.
- Þú hlustar á aðra meðan þeir tala.
- Þú spyrð ekki um leyfi til að fara á klósettið eða tala í símann ef það er nauðsynlegt.
- Það eru að minnsta kosti tveir kaffítímar meðan á kennslu stendur.
- Þú talar ekki illa um sjálfan þig eða aðra.
- Þú virðir trúnað gagnvart þeim sem með þér eru á námskeiðinu, þ.e. ef talað er um persónuleg mál.
- Það er bannað að stríða.



Ingólfur Gíslason

Síðan var farið í almenna námstækni þar sem áhersla var á að aldur hefur ekki áhrif á námsgetu og að hver og einn hafi með

sér þekkingu sem hann eða hún getur byggt ofan á. Stærðfræði sé ekki ólíkt því að vera staddur í málumhverfi þar sem þú talar ekki málið en smátt og smátt kynnist þú umhverfinu og lærir málið. Nemendur tóku virkan þátt í námstækni-stundinni sem lauk með því að þátttakendur kynntu sig með nafni og sögðu frá fyrri skólagöngu og stærðfræðinámi. Allir nemendur og kennarar tóku þátt í kynningunni og töluðu um upplifun sína af fyrri skólagöngu. Flestir nemendanna höfðu haft frekar slæma reynslu af skólavist og báru með sér einhvers konar ótta eða hræðslu við að takast á við stærðfræði. Nemendur töluðu um það síðar að samræðan hefði opnað augu þeirra fyrir því að þeir væru alls ekki einir á báti með upplifun sína og þótti þeim merkilegt að kennararnir höfðu líka sögu að segja um erfiðleika í námi sem þeir höfðu síðar yfirunnið.

## KENNSLUFRÆÐILEGUR GRUNNUR

Við hönnun námskeiðsins var fyrst kannað hvað rannsóknir segðu um stærðfræðinámið fullorðinna sem eiga að baki ósigra í stærðfræðinámi. Leitað var að greinum í fræðitímarritum með það fyrir augum að finna lýsingar á aðferðum sem hefðu gefist vel og ábendingar um hvað vitað væri að gæfist ekki vel. Nokkuð skýrt er að kennsluaðferðir sem ganga út á hefðbundna fyrirlestra, útskýringar og þjálfun í reikningi skila litlum árangri enda eru það einmitt þær aðferðir sem nemendur okkar höfðu vanist og ekki reynst þeim vel.

Kennsluaðferðir sem miða einkum að tækni og skortir heildarsýn og samhengi, í umhverfi sem einkennist af samkeppni en ekki samvinnu og samfélagi, eru ekki hvetjandi fyrir fullorðna nemendur. (Miller-Reilly, 2007)

Aðferðir, sem reynst hafa vel, eiga flestar nokkur sameiginleg lykiltríði (sjá til dæmis Miller-Reilly (2007) og Burton (1987)). Í fyrsta lagi að fyrri reynsla nemenda af stærðfræði og þær tilfinningar, sem nemendur hafa til hennar, eru orðaðar og viðurkenndar. Til dæmis er mikilvægt að nemendur ásaki ekki sjálfa sig fyrir neikvæðar tilfinningar í garð stærðfræði þar sem margt í samfélaginu getur leitt til erfiðleika í stærðfræðinámi. Í öðru lagi að skapað sé andrúms-

loft námssamfélags sem lágmarkar kvíða og ótta. Í því felst meðal annars að kennari mæti nemendum á því stigi og þeim hraða sem hentar þeim en ekki á því stigi og hraða sem kennarinn ákveður fyrir fram. Í þriðja lagi er þung áhersla á að nemendur fái stærðfræði saman, setji skilning sinn og túlkun í orð og tali um stærðfræði hver við annan og við kennarann. Í fjórða lagi er talið mikilvægt að nemendur fái tækifæri til að ígrunda nám sitt og leiðir til að þróa námsvitund sína (metacognition).

Innblástur, hugmyndir að verkefnum og kennsluathöfnum voru einkum sóttar til Swan (2005 og 2006), Boaler (2009) og Mason, Graham og Johnston-Wilder (2005) og útbúið var hefti fyrir kennara. Þar var nánari skýring á kennslufræðinni og nokkurt úrval verkefna. Í heftinu eru gefin dæmi um námsathafnir sem fela í sér bæði verkefni sjálf og lýsingu á því hvernig ætlast er til að fengist sé við þau. Helstu leiðarstef, sem liggja til grundvallar þessu námsefni, eru:

1. Kennslustundir eiga að snúast um *frjó verkefni*. Frjó verkefni eru verkefni sem:
  - a. eru aðgengileg á marga vegu (fyrir fólk með mismunandi getu) og útvíkanleg,
  - b. leyfa nemendum sjálfum að ákveða og velja,
  - c. fá nemendur til að prófa, rökstyðja, útskýra, ígrunda og túlka,
  - d. framkalla samræðu og samskipti,
  - e. hvetja til frumleika og sköpunar,
  - f. hvetja til „hvað ef?“ og „hvað ef ekki?“ spurninga, og
  - g. geta framkallað ánægju, undrun og spennu.
2. Nemendur eru hvattir til þess að gera mistök og læra af þeim. Verkefni eiga að framkalla *hugræna togstreitu* (cognitive conflict) sem verður til þegar nemendur átta sig á að það er ósamræmi milli forhugmynda þeirra og þess sem þeir sjá og upplifa. Rannsóknir sýna að ef nemendur fá að lenda í slíkri togstreitu sem síðan er leyst úr með ígrundun og umræðum læra þeir betur en ef forðast er eftir fremsta megni að nemendur geri mistök.
3. Þungamiðja kennslunnar er um leiðir en ekki svör. Í hefðbundnu námi eru nemendur oft uppteknari af því

„Yfirfærslusýn“		„Samtengd og ögrandi“ sýn
Gefið safn af þekkingaratriðum og stöðluðum aðferðum sem þarf að „fara yfir“.	<b>Stærðfræði er ...</b> ← →	Lifandi vefur af samtengdum hugmyndum og rökferlum.
Einstaklingsathöfn sem byggist á því að fylgjast með og herma eftir þangað til færni er náð.	<b>Nám er ...</b> ← →	Samvinnuathafnir þar sem nemendum er ögrað og þeir ná skilningi með samræðum.
Að fara í gegnum námsefni skref fyrir skref.		Að kanna merkingu og tengingar gegnum samræðu sem getur farið fram og aftur milli nemenda og kennara.
Að útskýra fyrst og leggja síðan verkefni fyrir. Að athuga hvort þau hafa skilist með því að gefa æfingadæmi.	<b>Kennsla er ...</b> ← →	Að setja fram verkefni áður en útskýringar eru gefnar.
Að leiðrétta misskilning.		Að draga misskilning fram í dagsljósið til að læra af.

að framkalla rétt svar en af því að læra öfluga aðferð. Þeir eru uppteknari af því að klára verkefni en að læra af þeim. Í þessu námsefni er ekki aðalatriði að klára öll verkefni heldur hvort nemendur hafi aukið getu sína til þess að útskýra og nota stærðfræðilegar hugmyndir.

Kennsla með þessum hætti verður ekki framkvæmd eða skilin nema með hliðsjón af því hvernig hún er hugsuð – sem róttækt frábrugðin hefðbundnari viðhorfum („yfirfærslusýn“) til náms og kennslu. Í þeirri sýn á kennslu og nám, sem við höfum, er áhersla á stærðfræði sem vef þar sem þræðir tengjast og að takast beri á við það sem er erfitt frekar en að forðast það. Við tökum hana saman í töflunni hér fyrir ofan (sjá Swan (2005) bls. 5).

Hlutverk kennarans í þessu líkani er ekki að segja nemendum hvernig þeir eigi að reikna ýmsar tegundir af dæmum heldur að velja viðeigandi verkefni fyrir nemendur, hjálpa þeim að vinna saman, hvetja til umræðu um ólíkar aðferðir og ólíkan skilning, styrkleika þeirra og veikleika og hjálpa nemendum að tengja saman hugmyndir sínar.

Auk verkefna, sem fengin voru úr þessu námsefni, fóru fram umræður og leikir sem kennarar stjórnuðu. Í hverjum tíma fengu nemendur miða sem þeir áttu að skrifa á og skila

inn í lok tímans (nafnlaust ef þau vildu). Þetta var gert til þess að þroska námsvitund nemenda og til þess að kennarar fengju betri tilfinningu fyrir hugmyndum nemenda. Á miðann áttu nemendur að skrifa eitthvað sem þeir lærðu í tímanum eða skilaboð sem þau vildu koma til kennara. Við sögðum þeim að skrifa til dæmis svar við spurningunni „hvað tekurðu með þér úr þessum tíma?“ og/eða „hvað væri hægt að útskýra betur?“ Einnig fengu nemendur litla stílabók sem þeir máttu skrifa hvaðeina í og kennarar skoðuðu ekki.

Meginmarkmiðum í kennslunni, sem þróuðust að nokkru leyti eftir því sem námskeiðinu vatt fram, má skipta í tvo flokka, annars vegar þau sem snúa að nemendum og hins vegar þau sem snúa að stærðfræðinni. Við vildum hjálpa nemendum að:

- finna að stærðfræði hefur merkingu en er ekki um innihaldslausar reglur og tákni,
- sjá að í stærðfræði eru alltaf margar leiðir til að leysa verkefni og að það sem skiptir máli er að fá skynsamlega lausn á verkefninu, ekki að fara eftir einhverri tiltekinni aðferð,
- draga fram stærðfræðilega hugsun og rödd þeirra þannig að þeir sjálfir gætu talað um, notað og útskýrt

stærðfræði í stað þess að bregðast einungis við lokuðum spurningum.

Stærðfræðileg námsmarkmið voru einkum að nemendur byggðu upp myndir í huganum til að gefa stærðfræði merkingu. Nánar tiltekið:

- Að gefa reikniðgerðum merkingu með færslum á talnalínu (með því að túlka reikniðgerðir sem aðgerðir á talnalínu fást skynsamlegar og skiljanlegar ástæður fyrir reglum eins og að „tveir mínusar gera plús“.
- Flatarmyndir til að gefa flóknari samsettum reikniðstæðum og stæðum með bókstöfum merkingu (með

Til hvers að tala um stærðfræði?

Margir halda að ekki sé mikið um að tala í stærðfræði.

Annaðhvort er svarið rétt eða rangt, er það ekki?

En það er fleira fólgið í að læra stærðfræði en að fá svör. Þú þarft samræðu til þess að læra:

- hvað orð og tákni þýða,
- hvernig hugmyndir tengjast milli efnisþátta,
- hvers vegna tiltekna aðferðir virka,
- hvers vegna eitthvað er rangt,
- hvernig þú getur leyst verkefni á betri hátt.

Kennarar og leiðbeinendur segja oft að þeir skilji stærðfræðina betur þegar þeir fara að kenna hana. Á sama hátt muntu komast að því að eftir því sem að þú ferð að útskýra hugsun þína ferðu að skilja hana betur.

Eftir því sem þú ferð í ríkara mæli að skilja stærðfræðina betur verður auðveldara að muna hana og þegar þú gleymir einhverju muntu geta fundið út úr því sjálfur.

Nokkur atriði til að forðast

• **Ekki flýta sér**

Mikilvægara er að bæta við skilning sinn heldur en að „klára“ verkefni.

• **Ekki vera farþegi**

Ekki láta einhvern í hópnum þínum „taka yfir“.

Fylgdu þessum grunnreglum og:

- þú munt fara að njóta stærðfræðinnar betur,
- þú ferð að læra meira af öðrum,
- þú kemst að því að margir deila reynslu þinni af erfiðleikum í stærðfræði,
- þú kemst að því að þú getur líka hjálpað öðrum.

Nokkur atriði til að fylgja

• **Tölum eitt í einu**

Gefið öllum tækifæri til að tala. Skiptist á að setja fram hugmyndir, útskýringar og athugasemdir. Leyfið fólki að ljúka máli sínu.

• **Deilum hugmyndum og hlustum á hvert annað**

Ef þú skilur ekki það sem einhver hefur sagt spurðu þá „hvers vegna?“ þangað til þú skilur. Biddu þá um að gefa dæmi, teikna skýringarmynd eða skrifa niður útskýringuna.

• **Fylgjumst með því að hlustað sé á okkur**

Ef þú varst að segja eitthvað og ert ekki viss um að aðrir hafi skilið þig, biddu þá um að segja með sínum eigin orðum það sem þú varst að segja.

• **Byggjum ofan á**

Reyndu að segja eitthvað sem byggir ofan á það sem síðast var sagt.

• **Látum reyna á það sem sagt er**

Ef þú ert ósammála því sem einhver segir, skoraðu á hann að útskýra. Settu svo fram álit þitt.

• **Virðum skoðanir hver annars**

Ekki hlæja að framlagi annarra (nema það eigi að vera myndið).

• **Njótum mistaka**

Ekki hafa áhyggjur af því að gera villur. Ef þú gerir ekki vitleysur, þá lærirðu ekki neitt. Stundum getur verið áhugavert að gera viljandi vitleysur til að kanna hvort aðrir eru að hlusta.

• **Deilum ábyrgð**

Ef kennarinn biður um viðbrögð hópsins á hver sem er innan hans að geta sagt frá þeim.

• **Reynum að komast að sameiginlegum niðurstöðum í lokin**

Þessu móti fæst bein mynd af því hvað það merkir til dæmis að reikna stæður eins og  $(x+4) \cdot (x+1)$ .

- Að tengja talnalínur með ólíkum bilskiptingum, flatarmyndir og almenn brot saman sem mismunandi framsetningar á sama hlut.

Árangur kennslunnar var meðal annars metinn svona:

- Hljóðupptökur gerðar í öllum kennslustundum.
- Kennararnir héldu stutta fundi eftir hvern dag þar sem farið var yfir daginn og skráðar hugleiðingar um gengi kennslunnar, árangur nemenda og markmið endurskoðuð. Á þeim fundi voru miðarnir frá nemendum einnig lesnir.
- Í lok námskeiðsins voru tekin upp viðtöl við sex nemendur þar sem þeir voru beðnir að segja frá reynslu sinni af námskeiðinu og segja sjálfir frá einhverri stærðfræði sem þeir höfðu lært.

## ÚTFÆRSLA KENNSLUNNAR

Flestar námsathafnir fólust í því að nemendur fengu í upphafi spurningar á blaði sem þeir áttu að reyna að svara alveg sjálfir en leggja svo til hliðar. Þetta voru svonefndar „markmiðsspurningar“. Nemendur vissu að þeir fengju svo tækifæri

til að endurskoða svörin eftir að hafa leyst samvinnuverkefni og búið til veggspjald (sem var „afurð“ verkefnisins). Stundum voru engar markmiðsspurningar heldur einungis hópverkefni.

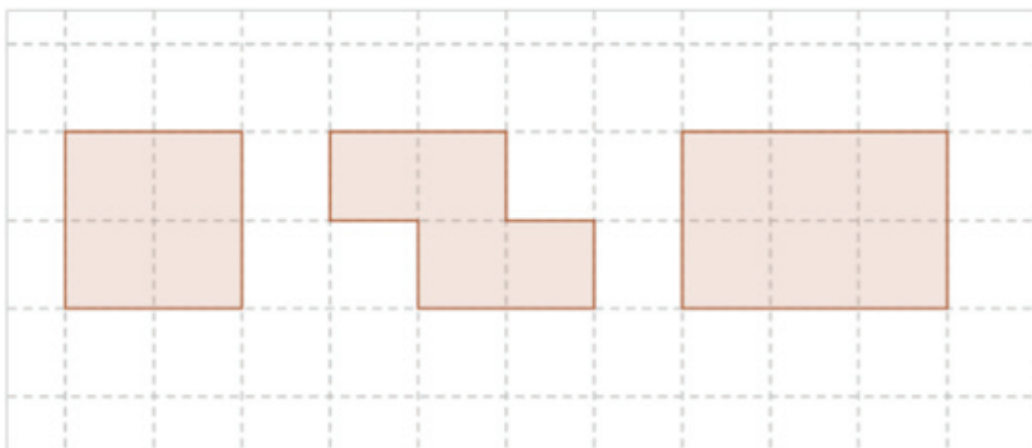
Þar sem nemendur eru yfirleitt ekki vanir því að tala saman um stærðfræði eða fást við hana með öðrum fengu þeir blað (sjá bls. 78) um samvinnu í stærðfræði (sjá Swan (2005) bls. 31).

Á meðan gengur kennari á milli hópa til að hjálpa þeim að tjá sig og hugmyndir sínar og gera þær nákvæmari. Hins vegar forðast hann að leiðrétta með beinum hætti, gefa fræðileg heiti eða útskýringar og segir ekki heldur „rétt!“. Þess í stað spyr hann nemendur spurninga sem beinast að rökum þeirra og krefur þá um skýringar. Ekkert er því til fyrirstöðu að kennari bendi á eitthvert stærðfræðilegt einkenni *eftir að allir nemendur hafa fengið að koma sínum hugmyndum á framfæri*.

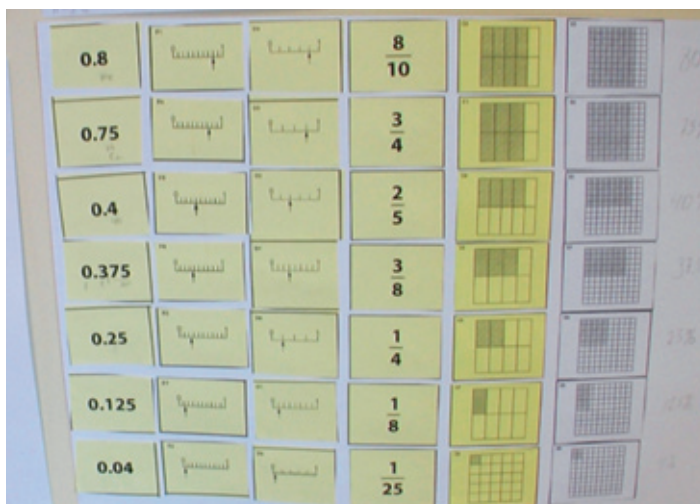
Fyrsta verkefnið, sem nemendur unnu í hópasamvinnu má sjá á mynd neðst á síðunni.

Tilgangurinn er að hjálpa nemendum að öðlast skilning á stærðfræðilegum hugtökum og táknum og því hvernig slík hugtök og tákni verða til – til hvers þau eru. (Margir halda að stærðfræðitákn séu ekki um neitt eða ná ekki að tengja þau við neina merkingu.) Verkefninu er þannig ætlað að laða fram *samræðu* um hugtök, ólíkar birtingarmyndir þeirra og mishugmyndir. (Mishugmynd er þýðing á orðinu „miscon-

Finnið einhverja leið til að flokka flatarmyndirnar þrjár þannig að ein myndin skeri sig frá hinum tveimur. Með öðrum orðum þurfa tvær myndir að hafa einhvern sameiginlegan eiginleika sem sú þriðja hefur ekki.







Hér er veggspjald sem nemendur gerðu sem sýnir ólíka framsetningu sama fyrirbæris. Þegar hóparnir höfðu búið til veggspjaldin sín sýndu þeir þau og útskýrðu fyrir hinum.

ception” – þegar hugmynd einhvers um hugtak er ekki í samræmi við fræðilega merkingu þess.) Einnig á námsathöfnin að sýna nemendum fram á að stærðfræði sé ekki það að fara eftir reglum og snúist ekki um að fá eitt rétt svar.

Nemendur unnu tveir og tveir saman að þessu verkefni. Í fyrstu létu þeir í ljós efasemdir og óöryggi, þetta var ekki það sem þeir áttu von á í stærðfræðinámskeiði. Hins vegar fóru nemendur fljótlega að fást við verkefnið og sumir þeirra voru fljótir að telja sig hafa „klárað“ það. Í umræðum eftir að hóparnir töldu sig allir vera komnir með flokkunaraðferðir kom í ljós þörf fyrir að læra nákvæm orð yfir stærðfræðilega eiginleika hluta. Nokkur dæmi um það sem nemendur sögðu:

„Fyrsti er minnstur. Hlutfallslega réttastur.“

„Annar er skakkur og passar ekki inn í, öðruvísi.“

„Seinasti stærstur.“

„Annar ferhyrningurinn með sex reitum. Hinir tveir með fjórum.“

„Kassi þrjú er með stærra flatarmál. Kassi tvö með átta hliðar.“

Kennarinn gat nú bent nemendum á að stærðfræði væri að vissu leyti tungumál. Það væri hugsað til þess að hægt væri að tala um form með nákvæmum hætti. Hann spurði nemendur hvað þeir ættu við með „stærstur“ (er átt við flatarmál?), „skakkur“ (er átt við ekki rétthyrningur?), „kassi“

(er átt við rétthyrning, kassi er hlutur „í þrívidd“?) Við umræðuna kom í ljós að nemendur höfðu þörf fyrir að læra nákvæm orð yfir mismunandi form. Þetta er í samræmi við hönnunarprinsippið: draga fram hugsun nemenda og takast á við hana. Með því að vinna verkefni sem þetta með öðrum, í hópi sem þarf að komast að samkomulagi, verða nemendur að þróa með sér stærðfræðilegt tungumál – þeir læra að tala um stærðfræðilega eiginleika hlutanna.

Við þessa námsathöfn upplifðu nemendur að oft eru mörg „rétt svör“ í stærðfræði og fengu beina reynslu af því að stærðfræði er búin til í samskiptum um hluti sem eðlilegt er að vilja tala um. Hún er ekki safn af staðreyndum og aðferðum til þess að innbyrða.

Önnur dæmi um hópverkefni sem notuð voru:

- Að túlka margar framsetningar: Nemendur vinna saman að því að tengja saman spjöld sem sýna ólíka framsetningu á sama stærðfræðilega fyrirbærinu. Þeir tengja saman framsetningarnar og þróa með sér „hugmyndir“ af hugtökum.
- Að leggja mat á stærðfræðilegar fullyrðingar: Nemendur ákveða hvort gefnar fullyrðingar eru alltaf, stundum eða aldrei sannar. Þeir eru hvattir til þess að þróa stærðfræðilegar röksemdarfærslur og ástæður til að verja ákvörðunina. Dæmi: Er þessi fullyrðing alltaf, stundum eða aldrei sönn? Ef stundum, þá hvenær? „Jón fékk 15% launahækkun. Anna fékk 10% launahækkun. Svo Jón fékk meiri launahækkun en Anna.“

## NIÐURSTÖÐUR

Í námskeiðinu kom í ljós að ef það tekst að skapa andrúmsloft þar sem nemendur óttast ekki að gera villur eða segja eitthvað vitlaust munu þeir rökkræða stærðfræði, bæði við aðra nemendur og við kennara. Kennslustundir í námskeiðinu skiptust yfirleitt svona:

- Stóran hluta tímans unnu nemendur í litlum hópum eða pörum við að búa til veggspjöld meðan kennarar gengu á milli og reyndu að fá nemendur til að rökstyðja og útskýra það sem þeir voru að gera. Nemendur spurðu kennara oft

að því hvort þeir væru að „gera rétt“ eins og títt gerist í skólum. Þessu reyndu kennarar að svara með spurningum eins og „af hverju heldur þú að þetta sé rétt“ eða „hvernig getum við komist að því hvort þetta er rétt?“ enda var leiðarstef námskeiðsins að nemendur hugsuðu og tjáðu sig sjálfir, þekkingin átti að verða til í þeirra eigin hugsun og samræðu. Stöku sinnum gátu kennarar ekki annað en gefið vísbendingar um það hvort nemendur væru „á réttri leið“ en nemendur töluðu oft um það hve erfitt væri að „lesa“ í svip kennara hvort þeir (nemendur) væru að gera það sem kennari vildi.

- Nokkur hluti tíma fór í að kennari stóð við töfluna og leiddi stærðfræðilega umræðu eða stjórnaði gagnvirkum stærðfræðileik. Til dæmis má nefna „inn-út-leikinn“ þar sem kennarinn býr til reglu (fall) sem nemendur eiga að giska á eða segja hvernig kennarinn velur „út-tölur“ út frá þeim „inn-tölum“ sem þeir stinga upp á. Mikilvægt er að nemendur fái að orða regluna með sínum orðum. Þannig lýstu nemendur (óþekkt) fallinu  $x \rightarrow 1-x$  með setningum eins og „hoppar yfir núllið og kemst ekki alveg, það munar einum“, „breytir tölunni í mínustölu og bætir einum við“.
- Nemendur voru einnig látnir kynna lausnir sínar hver fyrir öðrum, yfirleitt þannig að tveir eða þrír sem höfðu unnið saman stóðu við töfluna fyrir framan hina. Nemendur tóku miklum framförum bæði í að segja frá stærðfræði fyrir framan aðra og í því að spyrja krefjandi spurninga, biðja um rökstuðning og gagnrýna á uppbyggilegan hátt.

Skilaboð á miðum, sem nemendur skiluðu í lok tíma, þróuðust frá almennum setningum eins og „ég lærði mikið“, „þetta var skemmtilegt“ og „allt var vel útskýrt“ yfir í að snúa beint að stærðfræðinni eins og í dæmunum hér til hliðar.

Virk þátttaka nemenda í tímum, tjáning þeirra á miðunum og útskýringar þeirra í lokaviðtölum bendir til þess að þeim markmiðum hafi að einhverju leyti verið náð að stærðfræði fengi persónulega merkingu fyrir nemendur og að þeir létu stærðfræðilega rödd sína heyrast þannig að þeir sjálfir töluðu um og útskýrðu stærðfræði. Sjálfir hafa nemendur lýst því hvernig námið jók trú þeirra á eigin getu til stærð-

eitt lítið ljós. ef þú sleger 20  
fyrir 2 þú kemur -18  
ef maður sleger þessari tölur  
fö legri tölur þú þer maður yfir  
núlli á T.D. talnatinnum

Má ekki setja samasem merki  
nema svarid sé eins eða  
rétt. Það má færa tölur á  
milli í margföldun.  
 $(3n)^2$   $(3n) \cdot (3n)$   
 $(3 \cdot 3) \cdot (n \cdot n)$   $9 \cdot n^2$  } auðveldar útreikning

Lærði hvernig sum dæmi ekki ems  
uppsett en með sömnu útkomu !!  
Finnst frábært að vinna í  
hópum og ræða og hjálpast  
að ☺ útskýra fyrir höorn  
öðru

fræðináms og að það hafi opnað fyrir þeim dyr að meira stærðfræðinámi. Nemendur voru ánægðir með hópverkefni, hefðu viljað meira af þeim og einnig kom fram í námsmati að „föndrið“ hefði aukið skilning. Nemendur létu vita, bæði munnlega og á miðunum að þessar námsaðferðir veittu þeim góðan stuðning og nýja sýn á stærðfræði:

Erfiðara er að meta nákvæmlega hvernig gekk að ná hinum stærðfræðilegu námsmarkmiðum. Þó má fullyrða að

flestir nemendur virtust hafa felld hugmyndina um talnalínu inn í hugsun sína því að þeir vísuðu iðulega til hennar að eigin frumkvæði í viðtölum eftir námskeiðið. Nemendur náðu misgóðum tókum á að tjá og túlka flatarmyndir með breytistærðum, sumir góðum en aðrir minna. Tilfinning kennara var að lengri tíma hefði þurft til að þetta yrði virkur hluti af sjálfstæðri hugsun nemenda.

## NÆSTU SKREF

Í námi sem þessu er gengið út frá reynslu og þekkingu nemenda en ekki fyrirframgefnum yfirferðarmarkmiðum. Bein samskipti milli nemenda og við kennara við allar námsathafnir eru einnig afar mikilvæg og því hentar aðferðin ekki í fjarnámi. Námskrá, sem byggist á þessum kennsluháttum, þarf að vera sveigjanleg og byggjast fremur á skipulegum lista yfir námsathafnir tengdum tilteknum námsmarkmiðum en á fastri dagskrá. Þjálfar þarf kennara í þessum kennsluháttum og mikilvægt er að þeir trúi sjálfur á gildi þeirra og hafi vilja til þess að starfa með öðrum hætti en hefðbundið er. Einnig þurfa þeir að hafa nokkuð djúpan skilning á stærðfræði, töluvert umfram það að geta leyst reiknisdæmi í venjulegri kennslubók um talna- og bókstafareikning. Kennari verður að leyfa röddum nemenda að njóta sín og beina þeim í átt að stærðfræðilegri nákvæmni með því að fara fram á útskýringar og rök og benda á hugsanleg göt eða vafaatriði í túlkun án þess að dæma eða gefa upp réttu svörin.

Bylta þarf hefðbundnum hugmyndum og viðhorfum til stærðfræðikennslu. Fullorðinsfræðsla er ekki eins bundin í viðjum gamalla hefða og sú kennsla sem fram fer innan hins hefðbundna skólakerfis. Þar er því jarðvegur til þróunar og framfara á þessu sviði. Námi með þeim hætti, sem hér hefur verið lýst, getur breytt viðhorfum nemenda til stærðfræði þannig að hún fái merkingu fyrir þeim sem þeir svo geta byggt ofan á.

## HEIMILDIR

- Boaler, J. (2009). *The elephant in the classroom: Helping children learn and love maths*. London: Souvenir Press.
- Burton, L. (1987). From failure to success: changing the experience of adult learners of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 18, 305–316.
- Mason, J., Graham, A., & Johnston-Wilder, S. (2005). *Developing thinking in algebra*. London: Open University
- Miller-Reilly, B. (2007). Three different teaching approaches in pre-calculus bridging mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(7), 891–905.
- Swan, M. (2005). *Improving Learning in Mathematics: Challenges and Strategies*. Sheffield: Teaching and Learning Division, Department for Education and Skills Standard Unit.
- Swan, M. (2006). *Collaborative Learning in Mathematics: A Challenge to our Beliefs and Practices*. London: National Institute for Advanced and Continuing Education (NIACE); National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy (NRDC).

## UM HÖFUNDANA

**Ingólfur Gíslason** er doktorsnemi við Háskóla Íslands í stærðfræðimenntun. Hann er með BS og M.Paed. próf í stærðfræði og hefur kennt greinina síðan 1999 í framhaldsskólum, háskólum og fullorðinsfræðslu.

**Anna Sigurðardóttir** hefur stundað kennslu frá 1980 og hefur kennt mismunandi námsgreinar í grunn-, framhalds- og háskólum. Hún hefur langa reynslu af stærðfræðikennslu og hefur starfað sem náms- og starfsráðgjafi undanfarið 20 ár.

**Ingibjörg Stefánsdóttir** er verkefnastjóri hjá Mími-símenntun, hún er bókmennta- og íslenskufraeðingur, með kennsluréttindi frá HÍ auk náms í menntunar- og stjórnsýslufræðum við RUC í Danmörku. Hún hefur unnið við fullorðinsfræðslu meira og minna frá 1997.